

OPTIMALIZÁCIA ROZVODNÝCH SÚSTAV VODY POUŽITÍM VIACSTUPŇOVEJ OPTIMALIZÁCIE

Zbyněk Bajtek

Annotation: A water distribution network is a system containing pipes, reservoirs, pumps, and valves of different types, which are connected to each other to provide water to consumers. In the case of the design of a pipe network the optimization problem can be stated as follows: minimize the cost of the network components subject to the satisfactory performance of the water distribution system (mainly, the satisfaction of the allowable pressures in demand nodes). This leads to difficult constrained combinatorial optimization problem. Various algorithms ranging from artificial intelligence to the optimization domain have been applied. In this paper modified, two step GA methodology was used to solve this problem.

Key words: Heuristic methods, Genetic algorithm, optimal design of pipe networks,

Kľúčové slová: Heuristické metódy, genetický algoritmus, optimálny návrh potrubnej siete

ÚVOD

V priebehu posledných dekád boli použité rôzne optimalizačné algoritmy na optimalizáciu rozvodov vody. Možnosti aplikovania metód matematického programovania predstavili Alperovits and Shamir [1], Quindry et al., [19], Morgan a Goulter [16] a Kessler a Shamir [14]. Postup ktorý predstavili Alperovits a Shamir [1] vyžaduje aby skupine premenných (prietoky v potrubí) bola priradená skupina konkrétnych hodnôt predtým ako je sformulované lineárne programovanie. Informácia, ktorú dostaneme z daného riešenia lineárneho programovania môže byť použitá na kalkuláciu gradientu, ktorý je následne použitý na zmenu prietokov v potrubí. Avšak ich prístup umožnil iba riešenie menších systémov, s malým počtom okruhov.

Metódy a postupy spomenuté v predchádzajúcom texte sa týkajú predovšetkým sústav, ktoré neobsahujú okruhy respektíve obsahujú malý počet okruhov. Optimalizácia okruhových sietí je známym nelineárnym, prípadne zmiešane bivalentným, ťažko riešiteľným problémom a pri zložitých úlohách, aké sa vyskytujú v praxi pri zostavovaní matematických modelov tohto typu narážame na veľmi zložitú, prakticky ťažko riešiteľnú úlohu.

Na problém optimalizácie okruhových sietí boli z tohto dôvodu v posledných dekádach aplikované moderné heuristické metódy. Heuristické metódy môžu byť definované ako jednoduché procedúry ktoré poskytujú prijateľné, ale nie nevyhnutne najlepšie z optimálnych riešení komplexného problému rýchlou a jednoduchou cestou. Jednou z najznámejších a najčastejšie používanou metódou sú genetické algoritmy (GA), ktoré sú založené na pravidlách prirodzenej evolúcie a selekcie Goldberg [12]. V poslednej dobe mnoho autorov aplikovalo využitie GA pri návrhu tlakových rozvodov vody, medzi inými Dandy et al., [7], Simpson et. al. [18], Savic and Walters [17], Čistý et al., [6], Reza and Martínez [13]. Títo autori používali jednoduché genetické algoritmy ako aj ich vylepšené verzie, s rôznymi rozšíreniami vzhľadom k charakteru optimalizačného problému. Možnosti GA pri aplikácii na optimalizáciu distribučnej sústavy rozvodu vody nie sú limitované počtom okruhov a umožňujú optimalizovať aj všetky ďalšie parametre distribučnej sústavy rozvodu vody,

ktoré je možné zahrnúť do rámca simulačného výpočtu. Pri určitej skúsenosti metóda umožňuje nájsť riešenia dostatočne blízke globálnemu minimu. Na tento problém boli tiež aplikované iné heuristické metódy ako simulované žihanie Cunha a Sousa [4], harmonické prehľadávanie Geem et al., [13] metóda optimalizácie pomocou umelých mravčích kolónií (Maier et al. [15]), tabu prehľadávanie Cunha a Ribeiro [5] atď.

V súčasnosti je pozornosť pri vývoji nových optimalizačných metód venovaná vytvoreniu metódy, ktorá by bola schopná riešiť rôzne multikritériálne úlohy (napríklad kombináciu ekonomických aspektov so spoľahlivosťou danej sústavy v prípade nepravdepodobných stavov ako sú poruchy alebo nepredpokladané zvýšenie odberu, optimalizáciu vzhľadom na zníženia únikov vody zo sústavy atď.). Tieto úlohy môžu byť celkom efektívne implementované do existujúcich multikritériálnych optimalizačných metód ako napríklad NSGA-II, SPEA, AMALGAM a mnohých ďalších. Aplikáciu tohto typu optimalizačných úloh pri závlahách predstavili napríklad autori Reca J et al. [20], ktorí pri ekonomickej optimalizácii gravitačne plnenej okruhovej závlahovej sústavy aplikovali algoritmus SPEA. Spolu s optimalizáciou ceny sústavy bola tiež optimalizovaná aj jej spoľahlivosť. Multikritériálna optimalizácia dáva skupinu kompromisných riešení, tiež známych ako optimálne Pareto riešenia. Tieto riešenia nie sú dominantné v tom zmysle, že vylepšením jedného cieľu (kritéria) sa zhorší iné, t.j. v tomto zmysle žiadne z riešení nie je lepšie z pohľadu všetkých požadovaných cieľov ako ostatné riešenia pareto frontu.

Pri zdokonaľovaní metód pre optimalizáciu rozvodných systémov vody sa prihliadalo na štyri hľadiská:

1. Schopnosť metódy riešiť reálne, veľké sústavy
2. Schopnosť čo najväčšieho priblíženia sa ku globálnemu optimu
3. Efektívnosť výpočtu z hľadiska počtu iterácií (čiže dĺžky výpočtu)
4. Jednoduchosť výpočtu z hľadiska riešiteľa z praxe (eliminácia problémov s nastavovaním heuristických parametrov)

Z týchto štyroch hľadísk považujú autori tohto príspevku za najdôležitejšie schopnosť algoritmu riešiť veľké sústavy (prvé kritérium) pričom sa zároveň snažia hľadaným riešením priblížiť čo najviac ku globálnemu optimu (druhé kritérium). Tak isto bola pozornosť zameraná na jednoduchosť výpočtu z hľadiska riešiteľa z praxe (štvrté kritérium). V prípade tohto hľadiska vychádzajú autori zo skúseností s aplikáciou rôznych optimalizačných algoritmov pri ktorých sa ukázalo že správne nastavenie parametrov optimalizačného algoritmu je často časovo najnáročnejšou časťou tohto procesu v zmysle potrebného času a zároveň vyžaduje od užívateľa aj určité predchádzajúce skúsenosti z optimalizačnými algoritmi. Toto pri aplikácii danej optimalizačnej metódy v praxi predstavuje problém nakoľko bežný užívateľ z praxe (inžinier) nemôže odhaľovať nuansy konkrétneho optimalizačného algoritmu. Užitočnosť zamerania sa na efektívnosť výpočtu z hľadiska počtu iterácií (tretie kritérium) resp. dĺžky výpočtu je relatívna pri neustálom vývoji hardware a software a ušetrenie minút riešenia je určite menej dôležité ako významné ušetrenie nákladov na sústavu a vylepšenie jej kvality. Je to hľadisko, ktoré vzchádza z potrieb komunity zaoberajúcej sa vývojom a aplikáciou daných metód v rámci ich porovnávanía a testovania, nie je však potrebné preceňovať jeho význam pre prax. S narastajúcim výkonom počítačov, paralelizovaním výpočtov a využitím ďalších možností urýchlenia výpočtu ako napríklad využitím grafického procesora na výpočty stráca toto hľadisko na význame, a preto je v predloženej práci naň menej prihliadané.

Odôvodnením tejto práce, ktorá sa venuje v zásade jednoduchej jednokriteriálnej cenovej optimalizácii návrhu rozvodnej sústavy (aj keď vzhľadom na štvrté hore uvedené hľadisko je formulovaná ako multikriteriálny problém, čo bude ďalej vysvetlené) sú značné rozdiely od známeho globálneho optima uvádzané v literatúre a známe zo skúsenosti pri aplikácii súčasných algoritmov i na jednoduchých benchmarkových sústavách. Reca, et al. [20] hodnotili výkonnosť niekoľkých heuristických optimalizačných techník ako – genetických algoritmov, simulovaného žihania, tabu prehľadávania a opakovaného lokálneho prehľadávania. V tomto porovnával jednotlivé algoritmy a ich uplatnenie na stredne veľké siete. Výsledky, ktoré získal pre známy benchmarkový problém - sieť Hanoi (po desiatich rôznych testoch s piatimi heuristickými metódami), boli v rozpätí od 6.173.421 do 6.352.526. Tieto výsledky sa líšia od 1,5 - 4,5% od známeho globálneho optima pre túto sústavu, čo je možné považovať za relatívne veľké odchýlky pre túto relatívne malú sústavu (34 vetiev).

Je známe že prehľadávanie pomocou GA je ovplyvnené mnohými parametrami, ako je veľkosť populácie, počet generácií, typ penalizačnej metódy, funkciou fitness, operátormi výberu a prechodu jedinca do ďalšej generácie, pravdepodobnosťou kríženia, pravdepodobnosť mutácie (vysvetlené ďalej v metodologickej časti) ale logicky najdôležitejšia je veľkosť priestoru možných riešení, v ktorom sa má vyhľadať riešenie, ktoré je najlepšie z pohľadu jedného, či viacerých optimalizačných kritérií v závislosti na tom, akú úlohu riešime. V tomto príspevku autori navrhujú postup, pri ktorom sa v prvom kroku riešenie priblíži k optimu a na základe získaných výsledkov sa redukuje prehľadávaný priestor, v ktorom sa bude optimálne riešenie vyhľadávať v druhom kroku.

1 Metóda

V snahe prekonať nedostatky techník matematického programovania sa začali v posledných troch desaťročiach používať heuristické optimalizačné techniky. Ako jedna z prvých heuristických metód bola vyvinutá metóda genetických algoritmov, ktoré boli použité aj v tejto štúdií. Treba povedať, že inovačná podstata tejto práce nespočíva v aplikácii konkrétnej heuristickej metódy, dôležitá je jej viacnásobná aplikácia sprevádzaná postupným redukovaním priestoru možných riešení na takú množinu, ktorá obsahuje iba skutočných kandidátov. Vzhľadom na úplnosť popisu však je v úvode konkrétna heuristika (GA) stručne popísaná. Jej základné myšlienky sú stručne zhrnuté v nasledujúcom texte, dobrý úvod do problematiky nájdeme Goldberg [12].

Pri GA ide o postup vyhľadávania inšpirovaný mechanizmom genetiky a prirodzeného výberu. Táto metodika sa vo zvýšenej miere aplikuje pri riešení zložitých problémov inžinierstva, vedy a obchodu. V teórii genetických algoritmov sú zaužívané výrazy: populácia, chromozóm, gén a fitness. Populácia predstavuje množinu riešení problému. Keďže riešenie, teda chromozóm, sa skladá z génov, tieto môžu predstavovať hľadané, optimalizované parametre. GA vytvorí počiatočnú populáciu (zbierku chromozómov) a vyhodnotí ju na základe definovaného optimalizačného kritéria. Vyhodnotenie spočíva v tom, že sa stanoví tzv. fitness (spôsobilosť) daného chromozómu, čiže hodnota optimalizačnej funkcie, ktorá definuje jeho kvalitu vo vzťahu k hľadanému riešeniu. Pri optimalizačnej funkcii sa hľadá extrém – teda, riešenie je tým lepšie, čím je hodnota fitness funkcie menšia alebo väčšia podľa toho, či sa hľadá minimum alebo maximum. Na základe genetických operátorov populácia vyvíja po mnoho generácií vylučujúc postupne nespôsobilých jedincov z vývoja a kombinujúc medzi sebou jedincov s lepším fitness, až nájde chromozóm (prípadne viac chromozómov) s požadovaným fitness. Gény tohto výsledného riešenia definujú hľadané

parametre (alebo neznáme) problému tak, aby bola pri nich dosiahnutá optimálna hodnota fitness.

V prípade optimalizácie návrhu potrubnej siete môže byť problém zadefinovaný ako minimalizácia celkových nákladov na sieť, pričom musia byť dodržané požadované hydraulické parametre danej siete (čiže ide o optimalizáciu s ohraničeniami). Pokiaľ problém zredukujeme na problém návrhu nových potrubí, môže byť chromozóm GA definovaný ako reťazec celých čísel (génov), ktorý predstavuje možné priemery v jednotlivých úsekoch (potrubíach). Účinné a efektívne vyhľadávanie optimálneho návrhu riešenia siete s využitím genetických algoritmov sa riadi niekoľkými faktormi a operátormi GA. Medzi najdôležitejšie parametre patrí veľkosť prehľadávaného priestoru riešení.

V rámci príspevku bol optimalizačný problém preformulovaný ako multikriteriálna optimalizácia (MO) ktorá je definovaná nasledovne:

$$\text{Minimalizuj} \quad C = \sum_{i=1}^{N_p} 1.1 \cdot D_i^{1.5} \cdot L_i \quad (1)$$

$$\text{Minimalizuj} \quad H_d = \sum_{j=1}^{N_N} \max(H_{\min} - H_j; 0) \quad (2)$$

kde: C je cena v US dolároch,

D_i je priemer i - teho úseku v [mm],

L_i je dĺžka i-teho úseku v metroch,

N_p je počet úsekov v sieti,

H_d je celková tlaková strata,

H_{\min} je minimálny požadovaný tlak v uzle (20m),

H_j je aktuálna tlaková výška v uzle j,

N_N je počet uzlov v sieti (32 uzlov) a je súčasťou hydraulickej podmienky

Tento spôsob formulácie optimalizačného problému po prvý krát použili autori J. Bicik, et.al. [2]. Takto sa nahrádza tzv. penalizačná funkcia používaná pri štandardnej formulácii jednokriteriálnej formulácii (viď napr. Dandy et al., [7]; Simpson et. al.,[18], ktorá komplikuje problém potrebou ďalšieho (penalizačného) parametra, ktorý je problémovo závislý a teda sa musí pri každej optimalizovanej sústave hľadať systémom pokus - omyl plus skúsenosti riešiteľa. Definícia problému podľa vzťahov (1) a (2) tento najťažšie hľadaný parameter nepotrebuje.

Vlastný princíp metódy spresnenia a zjednodušenia optimalizačného výpočtu spočíva vo viacstupňovom spúšťaní, kedy do každého ďalšieho behu vstupuje daný optimalizovaný problém zo zredukovaným prehľadávaným priestorom. Počet spustení je priamo závislý od veľkosti optimalizovaného problému. V tomto prípade rozhoduje veľkosť sústavy v zmysle počtu optimalizovaných úsekov (potrubí), a k nim prislúchajúcej skupiny priemerov potrubí z ktorých algoritmus vyberá. Pokiaľ si to prevedieme na príklade sústavy „Balermo“ na ktorú bol tento postup v práci aplikovaný, je počiatočná veľkosť prehľadávaného priestoru 10^{454} , pričom hodnota 10 predstavuje počet priemerov potrubí z ktorých algoritmus vyberá a hodnota 454 predstavuje celkový počet optimalizovaných úsekov (potrubí).

Na základe prietokov zo suboptimálneho riešenia je možné pomocou návrhovej minimálnej a maximálnej rýchlosti prietoku v potrubí vypočítať predpokladaný minimálny a maximálny priemer potrubia uvažovaný na prevedenie požadovaného prietoku pre daný úsek. Podmienkou možnosti vykonať tento krok, je to, že sa spoliehame na schopnosť súčasných

heuristických algoritmov približiť sa ku globálnemu optimu dostatočne presne, čo je cca po 2 desaťročiach ich vývoja možné. Predpoklad je teda, že nájdené suboptimálne riešenie už má prietoky „dostatočne“ podobné globálnemu optimu. Tento predpoklad bol autormi overený empiricky, avšak má aj isté teoretické opodstatnenie, keďže ako je známe, pre dané prietoky na potrubnej sieti je možné nájsť mnoho riešení, ktoré spĺňajú technické nároky na sústavu. Iba jedno z nich je optimálne z hľadiska určitého kritéria (napr. ceny sústavy). Suboptimálne riešenie z prvého kroku definuje suboptimálne prietoky, ktoré sú významne blízke optimálnym a v ďalšom postupe je potrebné pre ne nájsť optimálne priemery. Tento prístup vychádza z poznania že prietoky pri suboptimálnych riešeniach sú menej variabilné resp. menej odlišné od optimálneho prietoku ako priemery.

Tento druhý krok sa realizuje ako bolo uvedené pomocou minimálnej a maximálnej povolenej rýchlosti prietoku v potrubí, ktoré umožňujú vypočítať predpokladaný minimálny a maximálny priemer každého úseku siete. Tieto dve hodnoty nám stanovujú spodnú a vrchnú hranicu nového rozpätia prípustných priemerov pre každý úsek z ktorých bude algoritmus vyberať v druhom spustení (pôvodný rozsah priemerov je v zásade celá škála priemerov potrubí s ktorými uvažujeme pre návrh danej sústavy).

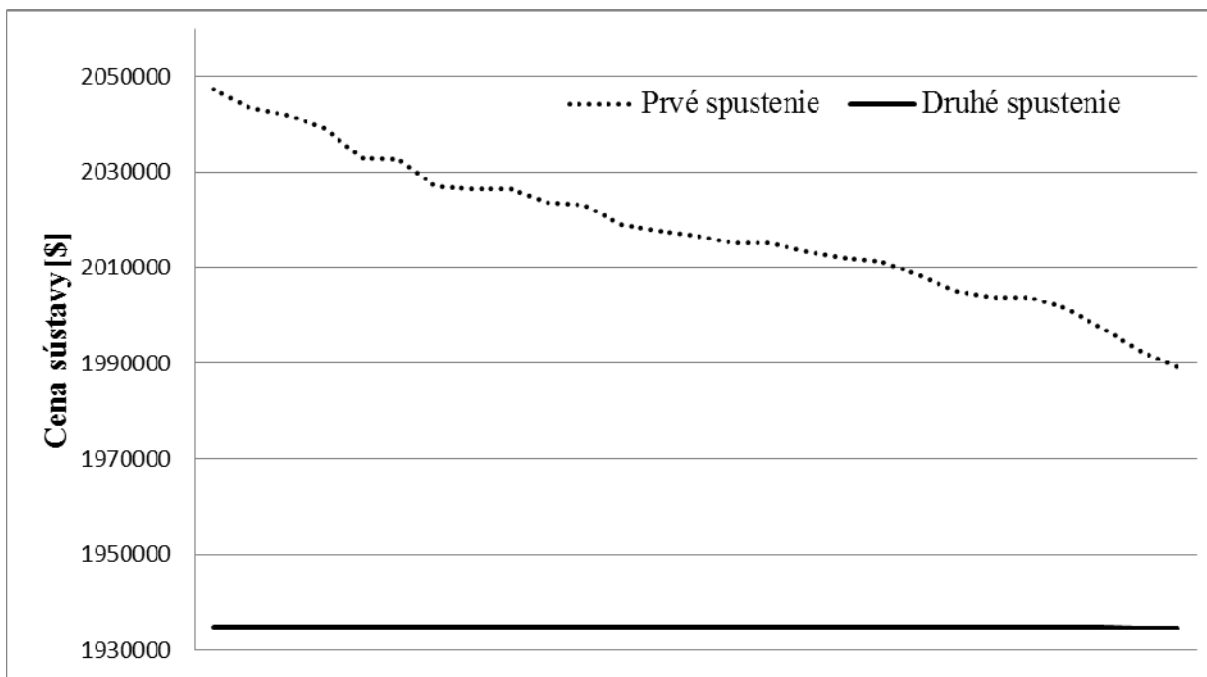
2 Výsledky

V prípade závlahovej siete „Balermo“ na ktorú bola táto metóda aplikovaná ide o úpravu existujúcej distribučnej siete závlahovej vody v okrese Sol-Poniente, ktorý sa nachádza v provincii Almeri'a (Španielsko). Túto sústavu autori použili preto, že bola v literatúre niekoľko krát rôznymi autormi prepočítavaná a preto je možné vyhodnotiť, či navrhované riešenie poskytuje lepšie výsledky.

Pre už spomínanú sústavu Balermo sa pri 10 pokusných spusteniach s bežným nastavením genetického algoritmu vždy zredukovala veľkosť prehľadávaného priestoru z pôvodných 10^{454} približne na hodnotu 10^{250} . Viac behov bolo spustených iba vzhľadom na overenie reálnosti získania takéhoto výsledku. Takto zredukovaný priestor potom vstupuje do druhého, prípadne ďalšieho spustenia optimalizačného výpočtu. Podobne ako pri prvom spustení je aj pri každom ďalšom spustení vybraná najlepšia sústava v zmysle najnižšej ceny. Ďalším faktorom vplyvujúcim na redukciu prehľadávaného priestoru a tým aj na spresnenie výpočtu je už spomínaná minimálna a maximálna rýchlosť prietoku v úseku. V rámci príspevku kedy bola použitá dvojstupňová redukcia boli tieto hodnoty pri prvej redukcii prehľadávania na úrovni 0.1 (min.) a 3 (max.) [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]. Pre druhú redukcii bola hodnota maximálnej rýchlosti znížená na hodnotu 1.5 [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]. Týmto krokom je priestor možných riešení orientuje na riešenia s menšími priemermi, vhodnosť redukcie tohto parametra sa overuje na predchádzajúcom najlepšom riešení. Týmto spôsobom sme schopní dosiahnuť významné zníženie prehľadávaného priestoru (pre niektoré úseky prichádza do úvahy iba jeden profil). Týmto sa podarilo ďalej znížiť prehľadávaný priestor na hodnotu 10^{237} . Podobne by bolo možné postupovať pri ďalšom spustení keď by bola zvolená nižšia hodnota pre maximálnu rýchlosť. Tento postup sa pri takomto textovom vysvetľovaní môže javiť, že vyžaduje know-how pre heuristiku, avšak v skutočnosti ide o plne algoritmizovateľný postup, ktorý po jeho plnej programovej implementácii nepotrebuje žiaden vstup experta na optimalizačné výpočty.



Obr. 1: Závlahová sústava Balermo



Obr.: 2: Prvé a druhé spustenie

3 Záver

V tejto práci je predstavená nová metodika aplikácie genetických algoritmov pri návrhu veľkých závlahových ale aj iných distribučných sústav pre rozvod vody. Jej inovatívnosť spočíva v postupe jej použitia v podobe viackrokového prístupu, ktorý spočíva vo viacstupňovom spúšťaní GA, kedy do každého ďalšieho behu vstupuje daný optimalizovaný problém zo zredukovaným prehľadávaným priestorom, ktorý je odvodený na základe predpokladu významnej podobnosti prietokov v suboptimálnych riešeniach s riešením globálnym. Tento predpoklad bol empiricky overený na veľkej testovacej závlahovej sústave aj na iných sústavách, ktoré autori v tejto práci neprezentovali.

Tab.: 1. Porovnanie najlepších výsledkov dosiahnutých jednotlivými autormi

Autori	Reca and Martinez [21]	Geem [13]	Andrea Bolognesi et. al. [3]	Čistý a Bajtek (2010)
Cena [mil. \$]	2.302	2.018	2.002	1.934

Výsledky ukazujú (tab. 1), lepší výkon navrhovanej metodiky oproti tradičnému spôsobu aplikácie GA a iných heuristických metód.

Metodika je vďaka požitiu definície ekonomického návrhu priemerov potrubí ako multikriteriálneho problému jednoduchšia z hľadiska koncového užívateľa, nakoľko nie je potrebné hľadať tzv. penalizačný parameter potrebný pri jednokriteriálnej optimalizácii, ktorý je zvyčajne náročné nastaviť a vyžaduje skúsenosti s heuristickými výpočtami. Ďalšie parametre GA (parametre kríženia, mutácie, prípadne elitizmu) je možné preddefinovať do ich známych defaultných hodnôt.

Metóda v tejto fáze testovania podáva dobré výsledky, je však otvorená možnosť na zlepšenie dosiahnutých výsledkov aplikáciou iných heuristických metód v uvedenom viacstupňovom kontexte, ktoré sú k dispozícii v optimalizačnej komunite. Autori predpokladajú, že aplikácia ich heuristických metód by mohla viesť k vylepšeniu metódy v budúcnosti a to najmä z hľadiska menšieho potrebného počtu iterácií pre hľadanie optimálneho riešenia, čo nebolo predmetom tejto práce, vzhľadom na to, že autori považujú toto hľadisko za menej významné.

Podakovanie

Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe zmluvy č. LPP-0319-09“ a vďaka podpore v rámci OP Výskum a vývoj pre projekt Centrum excelentnosti protipovodňovej ochrany územia ITMS 26240120004 spolufinancovaný zo zdrojov Európskeho fondu regionálneho rozvoja.

Literatúra

- [1] Alperovits, E., and Shamir U., (1977), Design of optimal water distribution systems. Water Resource Research 13(6), 1977, 885-900.
- [2] J. Bicik, M.S. Morley and D.A. Savić (2008), A rapid optimization prototyping tool for spreadsheet-based models. Proceedings of the 10th Annual Water Distribution Systems Analysis Conference WDSA2008, Van Zyl, J.E., Ilemobade, A.A., Jacobs, H.E. (eds.), August 17-20, 2008, Kruger National Park, South Africa.

- [3] A. Bolognesi, C. Bragalli, A. Marchi, S. Artina (2010), Genetic Heritage Evolution by Stochastic Transmission in the optimal design of water distribution networks,
- [4] Cunha, M. C. and Sousa, J., (2001): Hydraulic infrastructures design using simulated annealing. *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, 7(1), 32-39.
- [5] Cunha, M. da C., Ribeiro, L., (2003), Tabu search algorithms for water network optimization, *European Journal of Operational Research* 157, (2004) Pages746–758.
- [6] Ćisty M (2002) Rehabilitation of irrigation pressurised pipe systems using optimisation techniques. *J of Land and Wat Development*, Polish Academy of Sciences, 6(6): 117-128
- [7] Dandy, G. C., Simpson, A. R., and Murphy, L. J. (1996) “An Improved Genetic Algorithm for Pipe Network Optimization.” *Water Resources Research*, 32(2), 449.
- [8] Deb, K., Ptatap, A., Agarwal, S. Meyarivan, T. : A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. Vol. 6. (2002) 182–197
- [9] Eusuff MM and Lansey KE (2003) Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *J Wat Resour Plan and Manage ASCE* 129(3): 210-225
- [10] Eiger G, Shamir U and Ben-Tal A (1994) Optimal design of water distribution networks. *Wat Resour Res* 30(9): 2637-2646
- [11] Fujiwara, O. and Khang, D.B. (1990): A Two-Phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks, *Water Resources Research*, 26(4), 539-549.
- [12] Goldberg, D.E. (1989): *Genetic Algorithms in Search, Optimisation and Machine Learning*. New York, Addison-Wesley.
- [13] Geem, Z. W., Kim, J. H. and Loganathan, G. V. (2002): Harmony search optimization: application to pipe network design. *International Journal of Modelling and Simulation*, 22(2), 125-133.
- [14] Kessler, A. and Shamir, U. (1989): Analysis of the Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Water Supply Networks, *Water Resources Research*, 25(7), 1469-1480.
- [15] Maier HR, Simpson AR, Foong WK, Phang KY, Seah HY, and Tan CL (2001) Ant colony optimization for the design of water distribution systems. In: *Proceedings of the World Water and Environmental Resources Congress*, Orlando, Florida
- [16] Morgan, D., Goulter, I., (1985), Optimal urban water distribution design, *Water resource research*, 21(5), 642-652, 1985.
- [17] Savic, D. A. and Walters, G. A., (1997): Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 123(2), 67-77.
- [18] Simpson, A.R., Dandy, G.C., Murphy, L.J., (1994), Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 120 (4), July/August
- [19] Quindry, G., Brill, E., Liebman, J., (1981), Optimization of looped water distribution systems. *Journal of Environmental Engineering Division*, ASCE 107(4): 665-679.
- [20] Reca J, Martinez J, Gil C, Banos R (2008) Application of several meta-heuristic techniques to the optimization of real looped water distribution networks. *Water Resour Manage* 22(10):1367–1379, DOI 10.1007/s11269-007-9230-8
- [21] Reca J, Martinez J. (2006) Genetic algorithms for the design of looped irrigation water distribution networks. *Water Resour Res* 2006; 42:W05416. doi: 10.1029/2005WR00438.

- [22] Zecchin AC, Maier HR, Simpson AR, Leonard M & Nixon JB (2007) Ant colony optimization applied to water distribution system design: comparative study of five algorithms. *J Wat Resour Plan and Manage*, 133(1), pp. 87-92
- [23] Simpson AR., Dandy GC and Murphy LJ (1994) Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. *J Wat Resour Plan and Manage ASCE* 120(4): 423-443
-

Ing. Zbyněk Bajtek PhD.

zbynek.bajtek@stuba.sk
Katedra vodného hospodárstva krajiny
Stavebná fakulta Slovenskej technickej univerzity v Bratislave
Radlinského 11, 813 68 Bratislava